

Walter Zans Arimana

MATEMÁTICA FINANCIERA Y ACTUARIAL



MATEMÁTICA FINANCIERA Y ACTUARIAL
WALTER ZANS ARIMANA

© Walter Zans Arimana, 2007
E-mail: walterzans@hotmail.com

© Editorial San Marcos E. I. R. L., editor
Jr. Dávalos Lissón 135, Lima, Lima, Lima
Teléfono: 331-1522
RUC: 20260100808
E-mail: informes@editorialsanmarcos.com

Diseño de portada: Gustavo Tuppia
Composición de interiores: Percy Villanueva
Corrección: Saúl Villegas
Responsable de edición: Alex Cubas

Primera edición: 2007
Segunda edición: 2015
Tercera edición: 2017
Primera reimpresión: septiembre de 2018
Tiraje: 500 ejemplares

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2018-12699
ISBN: 978-612-315-402-8
Registro de proyecto editorial N.º 31501011800810

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra
sin la previa autorización escrita del autor y el editor.

Impreso en el Perú / Printed in Peru

Pedidos:
Jr. Dávalos Lissón 135, Lima
Teléfono: 433-7611
E-mail: ventasoficina@editorialsanmarcos.com
www.editorialsanmarcos.com

69001012

Impresión:
Editorial San Marcos de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, San Juan de Lurigancho, Lima, Lima
RUC: 10090984344

Publicado en octubre de 2018

ÍNDICE

Presentación.....	15
Capítulo 1. Conceptos iniciales y fundamentos matemáticos.....	17
1.1 Conceptos iniciales	17
1.2 Fundamentos matemáticos	18
1.2.1 Potencias y raíces.....	18
1.2.2 Progresiones	25
1.2.2.1 Progresión aritmética	25
1.2.2.2 Progresión geométrica	32
1.2.3 Logaritmos	37
1.2.4 Número de términos de una progresión geométrica.....	45
Ejercicios propuestos Capítulo 1	47
Capítulo 2. Tasas de incremento y disminución	49
2.1 Tasa	49
2.2 Tasas de incremento y disminución	51
2.3 Aplicación comercial de las tasas de incremento y disminución.....	54
2.4 Fórmulas del Importe de venta y del costo, sin tasas de inc. y dism.	58
2.5 Descuentos mercantiles sucesivos e Importe de Lista	61
2.5.1 Descuentos mercantiles sucesivos	61
2.5.2 Cálculo del importe de lista.....	64
2.6 Cálculo de una tasa de variación a partir de una cantidad inicial y otra final....	66
Ejercicios propuestos Capítulo 2	68
Capítulo 3. El interés	69
3.1 Definición	69
3.2 Simbología	70
3.3 Aplicación o adecuación de la tasa de interés	72
3.4 Cómputo del plazo	73
3.5 Cómo escribir la tasa en las operaciones	75
3.6 Interés ordinario e interés exacto	75
3.7 Justificación para el cobro de intereses	76
Ejercicios propuestos Capítulo 3	77
Capítulo 4. Interés simple	78
4.1 Características	78
4.2 Fórmulas del Interés total simple y del monto simple	79

4.3	Despeje del tiempo n y de la tasa i	83
4.4	Coherencia entre tasa y tiempo	83
4.5	Aplicación o adecuación de la tasa en el interés simple	84
4.6	Principal, Capital, Valor presente, Valor actual o stock inicial (simple)	88
4.7	Acumulación de un monto con depósitos periódicos (Fondo a interés simple). 4.7.1 Fondo con depósito o pago vencido	93 94
	4.7.2 Fondo con depósito o pago adelantado.....	98
4.8	Ecuaciones de valores equivalentes a interés simple.....	103
	4.8.1 Importancia de la fecha focal	106
	4.8.2 ¿Por qué el resultado cambia cuando variamos la fecha focal?	110
	Ejercicios propuestos Capítulo 4	112
	Capítulo 5. Interés compuesto	113
5.1	Características	113
5.2	El Factor simple de capitalización (FSC)	116
	5.2.1 Cálculo del FSC cuando se conocen P y S	117
5.3	Coherencia entre tasa y tiempo	118
5.4	Capital, principal, stock inicial, valor actual o valor presente (compuesto)	120
5.5	El Factor simple de actualización (FSA)	120
5.6	Cálculo de la tasa de interés i cuando se conocen P y S	125
5.7	Tasa de interés con dos cuotas.....	126
5.8	Tasa de interés con tres o más cuotas.....	128
5.9	Cálculo del tiempo n.....	139
5.10	Cálculo del Interés total I.....	141
5.11	La tasa efectiva total ie	142
	5.11.1 La tasa efectiva total ie y el FSC	143
	5.11.2 La tasa efectiva total ie cuando se conocen P y S	143
	5.11.3 Tres formas de expresar el factor simple de capitalización	144
	5.11.4 La tasa efectiva total ie cuando se conocen tanto P como I.....	145
5.12	Ecuaciones de valores equivalentes a interés compuesto. Plazo equivalente	146
5.13	Cálculo del monto y del interés total cuando el plazo contiene un período de capitalización incompleto	151
	Ejercicios propuestos Capítulo 5	152
	Capítulo 6. Tasas nominales y efectivas	153
6.1	Generalidades.....	153
6.2	Simbología de tasas nominales y efectivas	154
6.3	Fórmulas con simbología de tasas nominales y efectivas	155
6.4	Monto continuo 161 6.4.1 Formas de capitalización de una tasa nominal.....	161 164
	6.4.2 Coherencia entre tasa y tiempo en el Factor continuo	167
6.5	Tasa efectiva con interés adelantado.....	167
	6.5.1 Concepción básica.....	169
	6.5.2 Factor y tasa efectiva a interés adelantado, con la simbología de las tasas	171
6.6	Siglas para tasas específicas y conversión de tasas sin simbología	172
6.7	La Tasa proporcional (TP).....	173
	6.7.1 La tasa proporcional es el nexo entre tasas nominales y efectivas... 6.7.2 Interés compuesto con un período de capitalización incompleto	178

6.7.2 Importar	sai la capitalización y frecuencia de conversión que produjo una tasa efectiva, cuando hay un período aparentemente incompleto	180
Ejercicios propuestos Capítulo 6		183
Capítulo 7. Descuento de Documentos.....		184
7.1 Definición		184
7.2 Simbología		184
7.3 Descuento a interés simple (Descuento simple).....		185
7.3.1 Descuento simple racional.....		185
7.3.2 Descuento simple comercial o bancario		187
7.4 Descuento a interés compuesto (Descuento compuesto)		189
7.4.1 Descuento compuesto racional.....		189
7.4.2 Descuento compuesto comercial o bancario		191
Ejercicios propuestos Capítulo 7		195
Capítulo 8. Las Tasas del sistema financiero y no financiero.....		196
8.1 Generalidades		196
8.2 Tasas del sistema financiero		196
8.2.1 Publicación de las tasas activas y pasivas del sistema financiero		197
8.2.2 Forma de aplicación de las tasas activas y pasivas		197
8.3 Tasas por operaciones ajenas al sistema financiero y actualización de deudas		198
8.4 Tasa corriente y Tasa real		213
8.5 Sistema de reajuste de deudas (SRD).....		217
8.6 Tasa de interés por deudas tributarias		221
Ejercicios propuestos Capítulo 8		222
Capítulo 9. Anualidades.....		223
9.1 Definición		223
9.2 Clasificación de las anualidades		224
9.3 Anualidad ordinaria o vencida		226
9.3.1 Monto de la anualidad ordinaria. El FCS		226
9.3.2 Cuota de capitalización de la anualidad ordinaria. El FDFA		235
9.3.3 Valor actual de la anualidad ordinaria. El FAS		239
9.3.4 Cuota de amortización de la anualidad ordinaria. El FRC		243
Ejercicios propuestos Capítulo 9		250
Capítulo 10. Uso de Tablas de factores.....		251
10.1 Repaso de las seis fórmulas básicas		251
10.2 Notación específica de los factores		253
10.3 Otra notación alternativa		254
10.4 Ventajas y limitaciones de las tablas.....		254
10.5 Tablas de factores (para los seis factores básicos)		255
10.6 Tasa de interés de una anualidad		271
Ejercicios propuestos Capítulo 10		273
Capítulo 11. Anualidad diferida		274
11.1 Definición		274
11.2 Monto y cuota de capitalización		274

11.3	Valor actual y cuota de amortización.....	275
	Ejercicios propuestos Capítulo 11	284
Capítulo 12. Otras anualidades		285
12.1	Comentario de las anualidades anteriores.....	285
12.2	Anualidad adelantada, anticipada o de imposición	285
12.2.1	Monto de la anualidad adelantada	286
12.2.2	Cuota de capitalización de la anualidad adelantada	289
12.2.3	Valor actual de la anualidad adelantada	291
12.2.4	Cuota de amortización de la anualidad adelantada.....	293
12.2.5	Resumen de la anualidad adelantada o anticipada	295
12.3	Anualidad variable.....	295
12.3.1	Anualidad variable en progresión aritmética.....	296
12.3.1.1	Combinación de una anualidad variable en progresión aritmética con una anualidad constante.....	299
12.3.1.2	Aplicación, como gradiente aritmético, de un importe predeterminado	301
12.3.2	Anualidad variable en progresión geométrica.....	303
12.4	Anualidad general o discordante.....	308
12.5	Anualidad perpetua (Perpetuidad)	320
12.5.1	Anualidad perpetua ordinaria o vencida	320
12.5.2	Anualidad perpetua adelantada	321
	Ejercicios propuestos Capítulo 12	323
Capítulo 13. Métodos de Repago de créditos (Amortización).....		324
13.1	Generalidades	324
13.2	Método de repago con cuotas fijas (Método francés)	326
13.2.1	Método de cuotas fijas, vencidas e inmediatas, mes de 30 días.....	327
13.2.2	Método de cuotas fijas, vencidas e inmediatas, meses calendario ...	328
13.2.3	Método de cuotas fijas, vencidas e inmediatas, con cuotas dobles en períodos intermedios	328
13.2.4	Método de cuotas fijas, vencidas y diferidas (con plazo de gracia que incluye pago de intereses)	332
13.2.5	Método de cuotas fijas, vencidas y diferidas (con plazo de gracia que no incluye pago de intereses)	334
13.2.6	Método de cuotas fijas, vencidas e inmediatas, con períodos intermedios de pago cero	337
13.2.7	Método de cuotas fijas, vencidas, diferidas (con plazo de gracia que incluye pago de intereses) y períodos intermedios de pago cero	341
13.2.8	Método de cuotas fijas, vencidas, diferidas (con plazo de gracia que no incluye pago de intereses) y períodos intermedios de pago cero	344
13.2.9	Método de cuotas fijas, vencidas, diferidas (con plazo de gracia que no incluye pago de intereses) y períodos intermedios de pago doble	345
13.2.10	Método de cuotas fijas, vencidas, diferidas (con plazo de gracia que incluye pago de intereses) y períodos intermedios de pago doble....	346
13.3	Método de amortización constante y cuotas decrecientes (Método alemán)	347

13.3.1	Método de amortización constante y cuotas decrecientes e inmediatas (sin plazo de gracia).....	348
13.3.2	Método de amortización constante y cuotas decrecientes, con plazo de gracia que incluye pago de intereses	349
13.3.3	Método de amortización constante y cuotas decrecientes, con plazo de gracia que no incluye pago de intereses	351
13.4	Método de interés constante (Método Inglés).....	355
13.5	Método de la suma de los dígitos	357
13.6	Método Flat	358
13.7	Método de cuotas crecientes.....	358
	Ejercicios propuestos Capítulo 13.....	360
	Capítulo 14. Métodos de Evaluación Financiera	361
14.1	Método del Valor actual neto (VAN)	361
14.2	Método de la Tasa interna de retorno (TIR)	365
14.3	Método del Costo anual uniforme equivalente (CAUE)	373
14.4	Método de la Razón beneficio/costo	378
	Ejercicios propuestos Capítulo 14.....	381
	Capítulo 15. Aplicaciones con Excel	382
15.1	Función TIR.....	382
15.2	Función VNA.....	387
15.3	Función pago	388
	Capítulo 16. Depreciación	390
16.1	Definición, simbología y métodos de cálculo	390
16.2	Método de línea recta	392
16.3	Método de porcentaje fijo sobre el saldo decreciente	395
16.4	Método de la suma de los dígitos de los años	397
16.5	Método del doble porcentaje sobre el saldo decreciente	399
16.6	Método de unidades de producción	400
	Ejercicio propuesto Capítulo 16.....	402
	Capítulo 17. Cálculo actuarial	403
17.1	Conceptos generales	403
17.2	Objetivo del cálculo actuarial	403
17.3	La empresa de seguros según la legislación peruana	404
17.4	Terminología de seguros	404
17.5	Clasificación básica de los seguros	406
17.6	Cálculo de probabilidades.....	406
17.7	Tablas de mortalidad	414
17.8	Cálculos demográfico-financieros	424
17.9	Los números comutadores. El número D.....	427
17.10	El número comutador N	433
17.11	Explicación inicial de rentas de supervivencia y seguros de vida.....	434
17.12	Rentas de supervivencia.....	438
17.13	Valor futuro o monto de una renta.....	459
17.14	Seguros de vida	460
17.14.1	Seguro de vida por un año. El número comutador C.....	460

17.14.2 Seguro de vida entera (indeterminado). El número comutador M...	462
17.14.3 Seguro temporal de vida.....	467
17.15 Primas anuales.....	471
17.16 Reserva matemática	479
17.16.1 Método prospectivo para el cálculo de la reserva matemática	480
17.16.2 Método retrospectivo para el cálculo de la reserva matemática.....	485
17.17 Comentario final del capítulo	487
Ejercicios propuestos Capítulo 17	488
Capítulo 18. Listado de fórmulas y demostraciones adicionales.....	489
18.1 Listado de fórmulas	489
18.2 Demostraciones adicionales	500
Capítulo 19. Casuística y temas complementarios	516
19.1 Método de cuotas fijas, vencidas e inmediatas, meses calendario	516
19.2 Cambio de la tasa efectiva	518
19.3 Conversión de tasas	518
19.4 Interés exacto.....	519
19.5 Caso de un préstamo administrativo del Banco de la Nación.....	519
19.6 Interés moratorio	522
19.7 Descuento de documentos	525
19.8 Método de repago Flat	526
19.9 Amortización con un saldo predeterminado (aplicación para Leasing).....	527
19.10 Fondos de amortización	527
19.11 Crédito hipotecario con seguro de desgravamen	528
19.12 Cálculo de intereses con numerales	530
Capítulo 20. Aplicaciones tributarias y contables.....	534
20.1 Venta a plazos	534
20.2 Actualización de deudas tributarias	538
20.3 Registro contable del descuento de una Letra de cambio	541
Solucionario	543
Bibliografía	560

PRESENTACIÓN

En el año 2004 se publicó el texto Matemática Financiera. Desde entonces, algunos cambios en las normas tributarias y contables hicieron necesario efectuar una pequeña actualización, lo cual dio lugar a una edición revisada que se publicó en el año 2015.

Sin embargo, luego de lo anterior se tomó la decisión de aumentar los conceptos, ampliar significativamente el número de casos prácticos y profundizar las explicaciones en algunos capítulos. Además, se consideró que era conveniente incluir el tema del Cálculo actuarial, lo cual, por la importancia del tema incluido, hacía necesario modificar el título. Todo ello se ha tomado en cuenta para esta edición.

Yo siempre he pensado que ningún libro tiene por qué ser aburrido. Este texto privilegia la amenidad y las explicaciones en tono coloquial y hasta festivo. Como en todos los libros que he publicado en la Editorial San Marcos.

Este texto permitirá al lector desarrollar su habilidad en el cálculo financiero y conocer también los fundamentos del cálculo actuarial. Toda persona dedicada a las ciencias de la empresa se beneficiará con esta obra. Pero no basta con comprar el libro. Hay que leerlo y aprovecharlo al máximo. Lógico, ¿no?

Está prohibido fotocopiar este libro. Si usted lo hace, ojalá todo le salga mal en la vida, no consiga usted nunca triunfar en su profesión, termine sus días viviendo en una choza de esteras, sus hijos sean raquílicos, su esposa lo abandone para fugarse con el obrero recogedor de basura y su perro sufra de gastritis crónica. Pero si compra usted la edición original de este libro, ojalá obtenga más éxito que Bill Gates.

Walter Zans Arimana